

Моделирование и визуализация поверхностей сложной формы с помощью интерполяционных кривых

Е.В. Конопацкий^{1,А}, А.А. Бездитный^{2,В}

^А Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет,
Нижний Новгород, Россия

^В Мелитопольский государственный университет

¹ ORCID: 0000-0003-4798-7458, e.v.konopatskiy@mail.ru

² ORCID: 0000-0003-0528-9731, bezdytniy@gmail.com

Аннотация

В работе представлен подход к моделированию и визуализации поверхностей сложной формы при помощи интерполяционных кривых с наперёд заданными геометрическими свойствами. В качестве интерполяционных кривых была использована модифицированная кривая Безье n -го порядка. Модификация дуги кривой Безье в интерполяционную кривую возможна как с сохранением касательных, так и без. При сохранении касательных дуга кривой Безье сохраняет свои свойства дуги обвода и приобретает возможность прохождения через наперёд заданные точки. Рассмотренная модификация возможна в нескольких вариациях: универсальной, основанной на равномерном распределении параметра в процессе модификации, и адаптивной, когда значения параметра адаптируются к исходным данным. Использование интерполяционных кривых позволяет реализовать частный случай метода подвижного симплекса, аналогом которого в системах геометрического моделирования и автоматизированного проектирования является операция по сечениям (или лофтинг). Отличие состоит в том, что в качестве образующей поверхности, вместо кусочной, используется непрерывная кривая. Для демонстрации работоспособности такого подхода приведены примеры модели поверхностей луковичного купола и вазы с использованием различных направляющих. Проведен анализ полученных результатов. Внедрение результатов исследований в САПР (CAD/CAM) позволит существенно расширить их инструментарий в части формообразования и визуализации поверхностей и тел, обладающих наперёд заданными геометрическими свойствами

Ключевые слова: геометрическое моделирование, поверхность, интерполяционные кривые, метод подвижного симплекса, формообразующие операции, операция по сечениям, лофтинг.

1. Введение

В современных системах геометрического моделирования [1-3] и научной визуализации [4-8] важную роль играет определение поверхностей, имеющих сложную форму. Традиционно, как отечественные, так и зарубежные системы геометрического моделирования выделяют 4 основные формообразующие операции: выдавливание, вращение, кинематическую операцию и операцию по сечениям (лофтинг). Первые 3 операции обычно классифицируют, как кинематические с различной траекторией направляющей линии, которая может быть прямолинейной, круговой или произвольной. Отличительной особенностью операции по сечениям является то, что направляющие линии – сечения, которые определяют траекторию движения образующей линии, могут отличаться как по форме, так и по своему положению в пространстве. Операция формообразования по сечениям широко используется при моделировании конструкций в авиа-

и машиностроении, а метод лофтинга часто фигурирует в отечественных и зарубежных научных трудах [9,10]. Тем не менее, все вышеперечисленные операции являются кинематическими и могут быть обобщены методом подвижного симплекса [11, 12], суть которого заключается в использовании локальных симплексов для определения геометрических объектов. Локальные симплексы, перемещаясь в трёхмерном пространстве, заполняют его аффинно-равными линиями, формируя таким образом непрерывную поверхность. Метод имеет обобщение на многомерное пространство и эффективно использовался для геометрического моделирования многофакторных процессов и явлений в виде гиперповерхностей многомерного аффинного пространства [13]. При этом были разработаны специальные интерполяционные кривые на основе полиномов Бернштейна, обеспечивающие формообразование поверхностей и гиперповерхностей многомерного пространства методом подвижного симплекса в точечном исчислении. В результате проведения дальнейших исследований эти кривые были усовершенствованы [14] для более эффективной адаптации к исходным данным и исключения незапланированных осцилляций. При этом фактически происходит согласование значений текущего параметра и расстояний между узлами интерполяции, что обеспечивает адаптацию интерполяционной кривой к исходным данным на нерегулярной сети точек. Такой подход в некоторых случаях может быть эффективной альтернативой кусочной интерполяции сплайнами, которые нашли широкое применение в системах автоматизированного проектирования [15, 16], компьютерной графики [17] и визуализации [18, 19].

2. Определение интерполяционных кривых с наперёд заданными геометрическими свойствами

Определение интерполяционных кривых в точечном исчислении изначально было реализовано на примере кривых Безье n -го порядка, которые аналитически определяются полиномами Бернштейна. Идея заключалась в замене управляющих точек кривых Безье узловыми точками интерполяции путём составления и решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Крамера. При этом параметр распределялся равномерно, что обеспечивало необходимую замену точек. В случае равномерного распределения узлов интерполяции на регулярной сети точек такой подход давал существенный прирост производительности, поскольку позволял свести большую часть итоговых параметрических уравнений к линейным. Кроме того, линейная зависимость между координатами (факторами процесса) и параметрами позволяла легко реализовать замену переменных. Вместе с тем, исходные точки (узлы интерполяции) далеко не всегда располагаются равномерно, что привело к необходимости использовать неравномерное распределение параметра для определения адаптивных интерполяционных кривых [14].

Рассмотрим метод определения интерполяционных кривых на основе кривых Безье. Исходя из этого, точечное уравнение дуги кривой Безье n -го порядка будет иметь следующий вид:

$$M = \sum_{i=0}^n A_{i+1} \frac{n!}{i!(n-i)!} \bar{u}^{n-i} u^i, \quad (1)$$

где M – текущая точка кривой Безье, которая своим движением заполняет пространство, формируя линию кривой Безье;

A_{i+1} – управляющие точки кривой Безье;

u – текущий параметр, который изменяется от 0 до 1;

$\bar{u} = 1 - u$.

Для замены управляющих точек узлами интерполяции необходимо определить значение параметра u , которое соответствует каждому из узлов интерполяции. Примем

эти значения, исходя из равномерного распределения значений текущего параметра $u = \frac{j}{n}$. В результате получим:

$$M = \sum_{i=0}^n A_{i+1} \frac{n!}{i!(n-i)!} \left(\frac{n-j}{n} \right)^{n-i} \left(\frac{j}{n} \right)^i,$$

В соответствии с методикой, изложенной в [10], точки A_{i+1} заменяются на точки M_{i+1} в точечном уравнении (1) путём составления и решения системы линейных алгебраических уравнений. При этом принимается условие, что кривая проходит через точку M_{i+1} при определённом значении параметра u_{i+1} . Таким образом, количество значений параметра u_{i+1} соответствует количеству точек M_{i+1} . В работе [10] распределение параметра принималось равномерным от 0 до 1, а в работе [11] – неравномерным и зависящим от координат исходных точек.

Использование кривых Безье обусловлено особенностями определения коэффициентов на основе бинома Ньютона для текущего параметра u и его дополнения до 1, исходя из которого справедливым является условие $(\bar{u} + u)^n = 1$. Выполнение этого условия обеспечивает принадлежность кривой Безье к n -мерному пространству, что позволяет обобщить интерполяционные кривые на многомерное пространство благодаря инвариантным свойствам точечных уравнений относительно параллельного проецирования. Вместе с тем, дальнейшие исследования показали, что таким образом можно моделировать интерполяционные кривые, используя в качестве прообраза любые непрерывные кривые, параметризованные в точечном исчислении.

В результате была разработана специальная программа в системе компьютерной алгебры Maple [20] для определения точечных уравнений интерполяционных кривых. Программа реализована на внутреннем языке программирования Maple. Приведенный ниже листинг программы показан на примере определения точечных уравнений интерполяционной кривой на основе кривой Безье n -го порядка в соответствии с математическим аппаратом, приведенным выше.

```
restart;
n:= 5; e:= 0;
for i from 0 to n do
  eq[i]:= A[i+1]· $\frac{n!}{i!(n-i)!}$ ·(1-u)n-i·ui :
  e:= e+eq[i]:
od:
S:= {}: SA:= {}: SM:= {}:
for i from 0 to n do
  eq1[i]:= subs $\left(\left\{u = \frac{i}{n}\right\}, e\right) = M[i+1]$ :
  S:= S $\bigcup$  eq i
  SA:= SA $\bigcup$  A i
  SM:= SM $\bigcup$  M i :
od:
R:= solve(S, SA); assign(R);
collect(e, SM);
```

В данном примере исходными данными является исключительно порядок кривой n , определяющий исходное уравнение кривой Безье. В первом цикле в зависимости от n

на основе исходного уравнения кривой Безье формируются все необходимые уравнения системы $eq[i]$. Второй цикл выполняет подстановку значений параметра u на интервале от 0 до 1, в результате чего происходит составление и решение системы линейных алгебраических уравнений с помощью оператора *solve*. Оператор *collect* для удобства дальнейшего использования выполняет сортировку полученного уравнения интерполяционной кривой, представленной в точечной форме, где под точками понимаются координатные векторы.

Аналогичным образом задавая уравнения других исходных непрерывных кривых $eq[i]$, параметризованных в точечном исчислении, можно получать на их основе точечные уравнения интерполяционных кривых.

3. Моделирование поверхности луковичного купола

В качестве одного из примеров применения интерполяционных кривых с наперёд заданными геометрическими свойствами, рассмотрим процесс моделирования поверхности луковичного купола. Исходя из геометрических условий задачи (рис. 1) необходимо чтобы образующая линия поверхности проходила через точки M_1 , M_2 , M_3 и имела касательную M_1C_2 в точке M_1 . Точка M_1 является фиксированной, а точки M_2 и M_3 – текущими, которые формируют замкнутые линии. Таким образом, образующая определяется двумя плоскими замкнутыми сечениями и точкой, в которой происходит касание образующей кривой с осью поверхности вращения. Для предотвращения самопересечений поверхности купола необходимо выполнение условия касания образующей.

Исходя из того, что необходимо обеспечить 4 геометрических условия (инцидентность 3-м точкам и 1 касание), в качестве исходной используем дугу кривой Безье 3-го порядка, гибкости которой достаточно для обеспечения перегиба образующей линии моделируемой поверхности [21]:

$$M = C_1\bar{u}^3 + 3C_2\bar{u}^2u + 3C_3\bar{u}u^2 + C_4u^3. \quad (2)$$

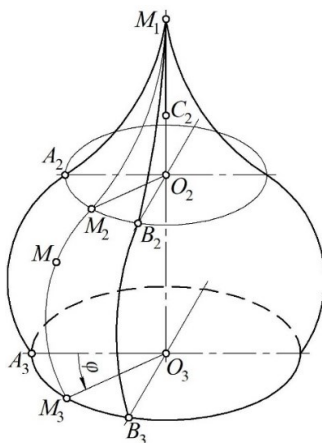


Рисунок 1. Геометрическая схема моделирования поверхности луковичного купола

Для каждой из трёх точек образующей M_1 , M_2 и M_3 принимаем следующие значения текущего параметра u , равные соответственно 0, 0.5 и 1. При этом предполагается, что сечение, содержащее линию M_2 , находится по середине. В случае, если оно будет располагаться выше или ниже, необходимо вместо значения параметра $u=0.5$ ввести соответствующее значение. После подстановки значений параметра в уравнение (2) и решения СЛАУ, получим:

$$M = \bar{u}(1-2u)M_1 + 8u^2\bar{u}M_2 + u^2(2u-1)M_3 + 3\bar{u}u(1-2u)C_2. \quad (3)$$

Под точками в уравнении (3) понимаются координатные векторы, обеспечивающие скрытый параллелизм в результате построения и визуализации поверхности. При использовании параметризации соответствующие координатные векторы могут быть заменены дополнительными параметрами с учётом геометрических условий. В координатном виде уравнение (3) примет следующий вид:

$$\begin{cases} x_M = \bar{u}(1-2u)x_{M_1} + 8u^2\bar{u}x_{M_2} + u^2(2u-1)x_{M_3} + 3\bar{u}u(1-2u)x_{C_2} \\ y_M = \bar{u}(1-2u)y_{M_1} + 8u^2\bar{u}y_{M_2} + u^2(2u-1)y_{M_3} + 3\bar{u}u(1-2u)y_{C_2} \\ z_M = \bar{u}(1-2u)z_{M_1} + 8u^2\bar{u}z_{M_2} + u^2(2u-1)z_{M_3} + 3\bar{u}u(1-2u)z_{C_2} \end{cases}$$

Для определения линий M_2 и M_3 воспользуемся точечным уравнением эллипса с двумя сопряжёнными осями [20], как одной из наиболее простых параметризаций окружности в случае, когда сопряжённые оси O_jA_j и O_jB_j равны.

$$M_j = (A_j - O_j)\cos\varphi + (B_j - O_j)\sin\varphi + O_j \Rightarrow \begin{cases} x_{M_j} = (x_{A_j} - x_{O_j})\cos\varphi + (x_{B_j} - x_{O_j})\sin\varphi + x_{O_j} \\ y_{M_j} = (y_{A_j} - y_{O_j})\cos\varphi + (y_{B_j} - y_{O_j})\sin\varphi + y_{O_j} \\ z_{M_j} = (z_{A_j} - z_{O_j})\cos\varphi + (z_{B_j} - z_{O_j})\sin\varphi + z_{O_j} \end{cases}$$

где $\varphi \in [0; 2\pi]$ – текущий угловой параметр (рис. 3).

В результате получим вычислительный алгоритм моделирования поверхности луковичного купола, который предусматривает определение уравнений подвижных точек M_2 и M_3 с последующим построением образующей поверхности луковичного купола, которая описывается непрерывной кривой 3-го порядка, инцидентной 3-м точкам и имеющей касательную в начале дуги. Для визуализации полученной модели луковичного купола воспользуемся системой компьютерной алгебры Maple (рис. 2а). Также, в качестве примера, проведём моделирование луковичного купола, у которого линия M_2 будет не окружностью, а синусоидой с осью в виде окружности (рис. 2б), алгоритм построения которой и геометрическая схема описаны в работе [11]. При этом уравнение образующей остаётся неизменным.

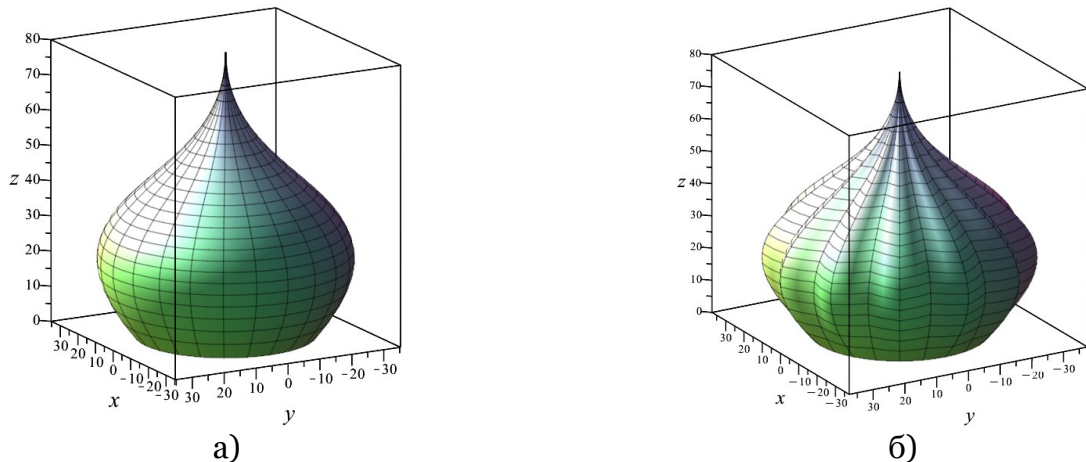


Рисунок 2. Визуализация поверхности луковичного купола: а) с окружностью в плоскости $O_2A_2B_2$; б) с синусоидой в плоскости $O_2A_2B_2$

Предложенным способом можно также проводить моделирование составных поверхностей купола (рис. 4), когда каждый из лепестков поверхности определяется кинематической операцией движения образующей кривой 3-го порядка, проходящей через 3 точки и имеющей вертикальную касательную по двум окружностям, расположенным в плоскостях $O_2A_2B_2$ и $O_3A_3B_3$. Желаемое количество окружностей необходимо задать заранее, а их радиус вычисляется в зависимости от длин дуг направляющих окружностей $A_2M_2B_2$ и $A_3M_3B_3$ таким образом, чтобы поверхность луковичного купола была замкнутой.

Пример элемента такой составной поверхности представлен на рис. 3. Алгоритм построения этого элемента принципиально не отличается от геометрической схемы, представленной на рис. 1, и её аналитического описания, приведенного выше. Отличаются только координаты точек M_1, O_2 и O_3 . Они уже не инцидентны одной вертикальной прямой.

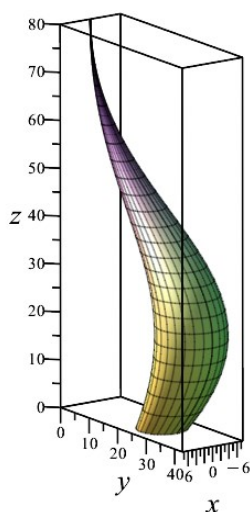
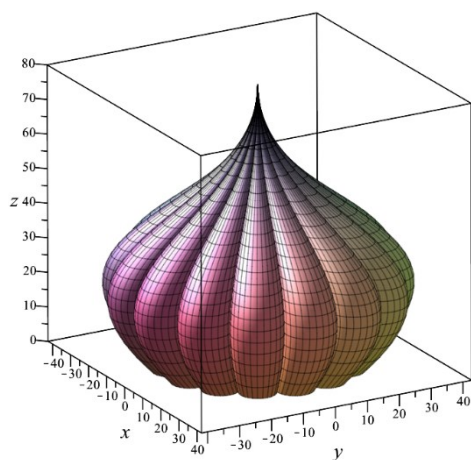
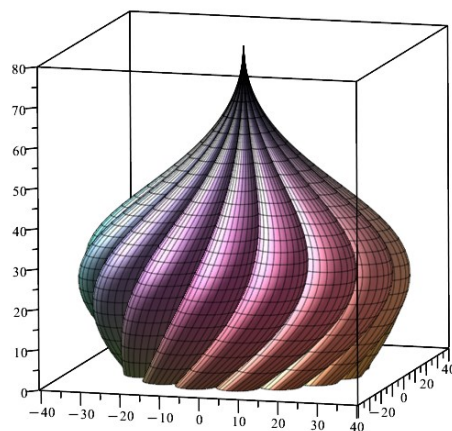


Рисунок 3. Лепестковый элемент составной поверхности луковичного купола

Далее, для получения составной поверхности, необходимо произвести выполнение кругового массива полученными лепестковыми элементами (рис. 3). Для этого формируется внешний цикл. Результаты этой операции представлены на рисунках 4а и 4б.



а)



б)

Рисунок 4. Визуализация модификаций формы поверхности луковичного купола:
а) с вертикальным лепестком; б) с закрученным лепестком.

Следует отметить, что во всех случаях в качестве образующей использовалась непрерывная интерполяционная кривая 3-го порядка с касательной, которая является минимально возможной алгебраической кривой для обеспечения необходимой формы поверхности с минимумом геометрических условий и простейшим математическим аппаратом, основанным на использовании координатных векторов.

4. Моделирование поверхности в виде чаши по сечениям с синусоидой

В качестве другого примера моделирования поверхности с помощью интерполяционных кривых рассмотрим модель поверхности в виде чаши. Для сравнения результатов построение модели поверхности чаши проведём 2 способами: с использованием непрерывных интерполяционных кривых, и с использованием сплайнов. В данном примере все горизонтальные сечения поверхности состоят из окружностей, кроме плоскости $O_2A_2B_2$, которая задаётся синусоидой с круговой осью (рис.5).

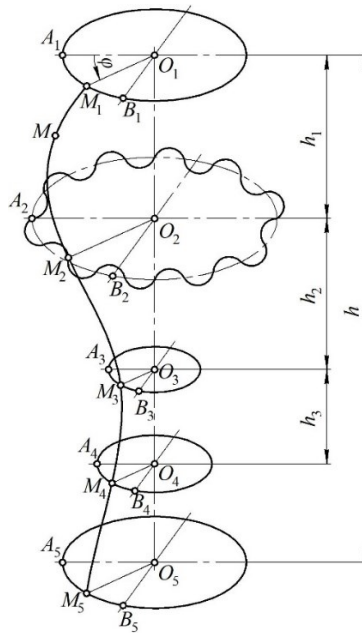


Рисунок 5. Геометрическая схема поверхности в виде чаши

Уравнения точек M_1, M_3, M_4, M_5 отличаются только индексами и имеют следующий вид:

$$M_j = (A_j - O_j) \cos \varphi + (B_j - O_j) \sin \varphi + O_j \quad (4)$$

Уравнение точки M_2 – синусоида с круговой осью, описанная в работе [11]:

$$N_2 = (A_2 - O_2) \frac{\sin(\gamma - \varphi) \sqrt{1 + m^2 + 2m \cos(m\varphi)}}{m \sin(\gamma)} + \\ + (B_2 - O_2) \frac{|A_2 O_2| \sin(\varphi) \sqrt{1 + m^2 + 2m \cos(m\varphi)}}{|B_2 O_2| m \sin(\gamma)} + O_2, \quad (5)$$

где m – количество «волн» синусоиды, а угол γ в данном примере равен $\frac{\pi}{2}$.

После определения уравнений направляющих линий, для построения модели поверхности, необходимо подставить уравнения (4) и (5) в уравнение образующей интерполяционной кривой, проходящей через 5 узлов интерполяции M_i :

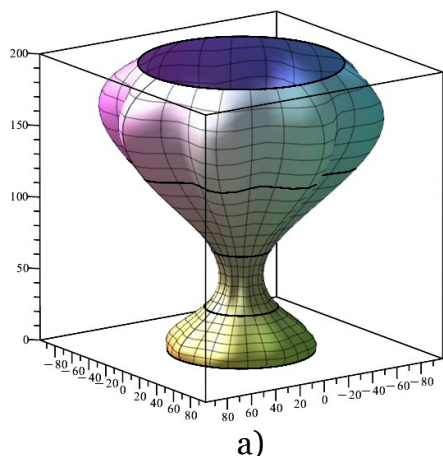
$$M = \left(\bar{u}^4 - 13 \frac{\bar{u}^3 u}{3} + 13 \frac{\bar{u}^2 u^2}{3} - \bar{u} u^3 \right) M_1 + \left(16 \bar{u}^3 u - 64 \frac{\bar{u}^2 u^2}{3} + 16 \frac{\bar{u} u^3}{3} - \bar{u} u^3 \right) M_2 +$$

$$+ \left(-12 \bar{u}^3 u + 40 \bar{u}^2 u^2 - 12 \bar{u} u^3 \right) M_3 + \left(16 \frac{\bar{u}^3 u}{3} - 64 \frac{\bar{u}^2 u^2}{3} + 16 \bar{u} u^3 \right) M_4 + \left(-\bar{u}^3 u + 13 \frac{\bar{u}^2 u^2}{3} - 13 \frac{\bar{u} u^3}{3} + u^4 \right) M_5,$$

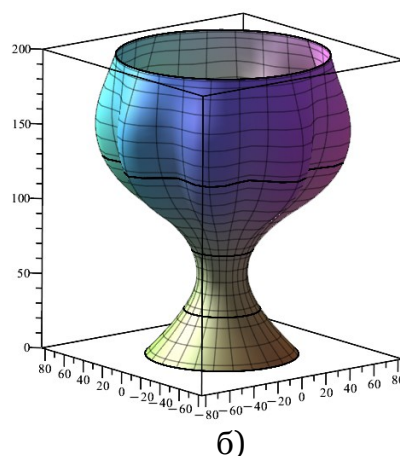
где u – параметр, изменяющийся от 0 до 1.

Следует отметить, что данное уравнение непрерывной интерполяционной кривой 4-го порядка, проходящей через 5 узлов интерполяции, получено с помощью специальной программы, реализованной в системе компьютерной алгебры Maple, листинг которой приведен выше.

Результат моделирования искомой поверхности представлен на рис. 6а. А на рис. 6б представлен результат моделирования поверхности чаши на основе той же геометрической схемы (рис. 5), в которой в качестве образующей, вместо интерполяционной кривой, использовался сплайн 2-го порядка гладкости, формирующий составную сплайновую поверхность. Как видно из рис. 6, модель на основе интерполяционных кривых наследует следы «волн» синусоиды до самого основания поверхности, в то время как сплайновая поверхность во всех 4 сечениях сохранила форму окружности, а следы «волн» сохраняются только на участке между плоскостями $O_1 A_1 B_1$ и $O_3 A_3 B_3$.



а)



б)

Рисунок 6. Визуализация модификаций формы поверхности вазы: а) с образующей непрерывной интерполяционной кривой; б) с образующей сплайном

Таким образом, результаты моделирования двух вариантов поверхности вазы достаточно сильно отличаются друг от друга, а выбор между использованием интерполяционных кривых и сплайнов может быть сделан на основании тех геометрических свойств, которыми должна обладать моделируемая поверхность. Учитывая возможность управления геометрическими свойствами непрерывных интерполяционных поверхностей, возможно комбинированное использование вместе со сплайновыми поверхностями. Кроме того, непрерывные интерполяционные дуги обвода могут быть использованы для уменьшения «кусочности» составных кривых линий.

5. Заключение

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Представленный в работе процесс моделирования поверхностей методом подвижного симплекса в точечном исчислении с учётом возможности обобщения на многомерное пространство является развёрнутым аналогом операции по сечениям (операция лофтинга), которая получила широкое распространение в системах автоматизированного проектирования и визуализации.

2. В качестве образующих линий таких поверхностей могут быть использованы как непрерывные, так и составные интерполяционные кривые, что показано на примерах. Выбор метода интерполяции зависит от условий конкретной практической задачи. По нашему мнению, непрерывные интерполяционные кривые также, как и кусочные, обладают необходимой для систем автоматизированного проектирования универсальностью и могли бы дополнить их инструментарий наряду со сплайнами.

3. Приведенная в работе программа определения точечных уравнений непрерывных интерполяционных кривых с помощью координатных векторов показана на примере использования в качестве прототипа кривых Безье. Но после незначительных модификаций, как показано на примерах, эти кривые могут быть адаптированы, как к исходным данным, так и к необходимым геометрическим условиям, что значительно расширяет возможности их использования в САПР.

4. Предложенный подход к моделированию поверхностей сложной формы предусматривает обобщение в сторону параметризации геометрических тел как трёхпараметрических объектов, принадлежащих трёхмерному пространству [22].

5. Учитывая, что реализация любых инструментов сложного формообразования в САПР требует достаточно большого количества вычислительных ресурсов, особенности и преимущества точечного исчисления, с учётом скрытого параллелизма, могут обеспечить значительный прирост производительности для обеспечения проектов, содержащих большие объёмы геометрических элементов.

Список литературы

1. Алексюк А. А. Конструирование кинематических моделей линий и поверхностей в компьютерной графике. Вестник евразийской науки. 2019. Т. 11, № 6. С. 87.
2. Денисова Е. В., Гурьева Ю. А. Аналитическое и компьютерное моделирование поверхностей методом криволинейного проецирования. Онтология проектирования. 2023. Т. 13, № 2(48). С. 204-216. DOI: 10.18287/2223-9537-2023-13-2-204-216.
3. Короткий В. А., Усманова Е. А. Бикубическая поверхность на фиксированном каркасе: расчет и визуализация. Научная визуализация. 2023. Т. 15, № 2. С. 45-65. DOI: 10.26583/sv.15.2.05.
4. Иванов А. В., Савенков Е. Б. Моделирование и визуальное представление динамики поверхности с подвижным краем на стационарной неструктурированной сетке. Научная визуализация. 2017. Т. 9, № 2. С. 64-81.
5. Косников Ю. Н. Математическое моделирование поверхностей свободных форм в системах визуализации пространственных сцен. Информационно-телекоммуникационные системы и технологии: материалы Всероссийской научно-практической конференции, Кемерово, 12–13 октября 2017 года. Кемерово: Кузбасский государственный технический университет им. Т.Ф. Горбачева, 2017. С. 428-430.
6. Ryabinin K. V., Matkin K. A. Building and Visualization of Sleek 3D Surfaces without Misplaced Extremes. Scientific Visualization. 2019. Vol. 11, No. 1. pp. 91-106. DOI: 10.26583/sv.11.1.08.
7. Клячин А. А., Клячин В. А., Григорьева Е. Г. Визуализация устойчивости и расчет формы равновесной капиллярной поверхности. Научная визуализация. 2016. Том. 8, № 2. С. 37-52.
8. Григорьева Е. Г., Клячин А. А., Клячин В. А. Алгоритмы идентификации границы и визуализация решения задачи Плато в среде Blender. Научная визуализация. 2017. Т. 9, № 4. С. 13-25. DOI: 10.26583/sv.9.4.02.
9. Wang K., Zhou X. A new approach for generating lofted surfaces using NURBS. Computer-Aided Design and Applications. 2020.
10. Генералова А.А., Чепелов А.В. Основные принципы построения лофтинг-поверхностей. Системы проектирования, моделирования, подготовки производства и управление проектами CAD/CAM/CAE/PDM : сборник статей IX Международной науч-

но-практической конференции, Пенза, 30 апреля 2015 года / Под редакцией В.З. Зверовщикова, И.И. Воячека, А.Ю. Муйземнека, Д.В. Кочеткова. Вып. 9. Пенза: Автономная некоммерческая научно-методическая организация «Приволжский дом знаний», 2015. С. 14-18.

11. Конопацкий Е. В., Бездитный А. А. Кинематическая операция построения геометрических тел в точечном исчислении. Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2022. Т. 22, № 3. С. 79-88. DOI 10.14529/build220309.

12. Малютина Т. П., Давыденко И. П. Моделирование поверхностей гидротехнических сооружений методом подвижного симплекса. Строитель Донбасса. 2020. № 2(11). С. 40-44.

13. Konopatskiy E. V., Bezditnyi A. A. Geometric modeling of multifactor processes and phenomena by the multidimensional parabolic interpolation method. Journal of Physics: Conference Series: XIII International Scientific and Technical Conference "Applied Mechanics and Systems Dynamics", Omsk, 05–07 ноября 2019 года. Vol. 1441. Omsk: Institute of Physics Publishing, 2020. pp. 012063. DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012063.

14. Конопацкий Е. В., Селезнев И. В., Чернышева О. А., Лагунова М.В., Бездитный А.А. Геометрическое моделирование адаптивных алгебраических кривых, проходящих через наперёд заданные точки. Вестник компьютерных и информационных технологий. 2021. Т. 18, № 9(207). С. 26-34. DOI: 10.14489/vkit.2021.09.pp.026-034.

15. Peng X., Atroshchenko E., Kerfriden P., Bordas S. P. A. Linear elastic fracture simulation directly from CAD: 2D NURBS-based implementation and role of tip enrichment. International Journal of Fracture. 2017. Vol. 204, No. 1. pp. 55-78. DOI: 10.1007/s10704-016-0153-3.

16. Vale M.P.De.C.A., Ghisleni C.V., Gasperin F.F.De., Leal R.L., Silva F.P.Da., Bruscatto U.M. Proposta de código automatizado para conversão de malhas poligonais de formas orgânicas para superfícies NURBS utilizáveis em softwares CAD. Gestão & Tecnologia de Projetos. 2022. Vol. 17, No. 2. pp. 5-17. DOI: 10.11606/gtp.v17i2.166353.

17. Чекалин А. А. Алгоритмы компьютерной графики на основе интегродифференциальных сплайнов. Проблемы управления, обработки и передачи информации (УОПИ-2018): Сборник трудов VI Международной научной конференции, посвященной 85-летию Ю.А. Гагарина, Саратов, 15–17 декабря 2018 года. Саратов: Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А. 2019. С. 440-446.

18. Рязанов С. А., Карачаровский В. Ю. Моделирование пространственных поверхностных моделей в среде визуального программирования dynamo. КОГРАФ - 2020: сборник материалов 30-й Всероссийской научно-практической конференции по графическим информационным технологиям и системам, Нижний Новгород, 13–16 апреля 2020 года. Нижний Новгород: Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева. 2020. С. 108-113. DOI: 10.46960/43791586_2020_108.

19. Ююкин И. В. Применение метода сплайн-функций при компьютерной визуализации подводного рельефа. Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2021. Т. 13, № 1. С. 64-79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.

20. Система компьютерной алгебры Maple. URL: <https://www.maplesoft.com/products/Maple> (дата обращения: 15.05.2024).

21. Конопацкий Е. В. Геометрическое моделирование дуг обвода, проходящих через наперед заданные точки. Вестник компьютерных и информационных технологий. 2022. Т. 19, № 7(217). С. 13-20. DOI: 10.14489/vkit.2022.06.pp.013-020.

22. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A. The Problem of Visualizing Solid Models as a Three-Parameter Point Set. Scientific Visualization, 2022. Vol. 14. No. 2. pp. 49-61. DOI: 10.26583/sv.14.2.05.

Modeling and Visualization of Complex Shaped Surfaces Using Interpolation Curves

E.V. Konopatskiy^{1,A}, A.A. Bezdytniy^{2,B}

^A Nizhegorodsky State Architectural and Civil Engineering University,
Nizhny Novgorod, Russia

^B Melitopol State University

¹ ORCID: 0000-0003-4798-7458, e.v.konopatskiy@mail.ru

² ORCID: 0000-0003-0528-9731, bezdytniy@gmail.com

Abstract

This article presents an approach to modeling and visualizing surfaces of complex shapes using interpolation curves with predetermined geometric properties. A modified Bezier curve of n -order was used as interpolation curves. Modification of a Bezier arc into an interpolation curve is possible both with and without preserving tangents. When preserving tangents, the Bezier arc retains its properties as a contour arc and acquires the ability to pass through pre-set points. The considered modification is possible in several variations: universal, based on the uniform distribution of the parameter during the modification process, and adaptive, when the parameter values are adapted to the initial data. The use of interpolation curves makes it possible to implement a special case of the moving simplex method, an analogue of which in geometric modeling and computer-aided design systems is the section operation (or lofting). The difference is that a continuous curve is used as a generating surface instead of a piecewise one. To ensure the functionality of such a connection, we give examples of models of the surface of an onion dome and a vase using various guides. An analysis of the obtained results was carried out. The introduction of research results into CAD/CAM will significantly expand their tools in terms of shape formation and visualization of surfaces and bodies that have predetermined geometric requirements.

Keywords: geometric modeling, surface, interpolation curves, moving simplex method, shaping operations, section operation, lofting.

References

1. Alekseyuk A.A. Design of kinematic models of lines and surfaces in computer graphics. Bulletin of Eurasian Science. 2019. Vol. 11, No. 6. P. 87.
2. Denisova E.V., Guryeva Yu.A. Analytical and computer modeling of surfaces using the method of curvilinear projection. Design ontology. 2023. T. 13, No. 2(48). pp. 204-216. DOI: [10.18287/2223-9537-2023-13-2-204-216](https://doi.org/10.18287/2223-9537-2023-13-2-204-216).
3. Korotkiy V.A., Usmanova E.A. Bicubic surface on a fixed frame: calculation and visualization. Scientific visualization. 2023. T. 15, No. 2. P. 45-65. DOI [10.26583/sv.15.2.05](https://doi.org/10.26583/sv.15.2.05).
4. Ivanov A.V., Savenkov E.B. Modeling and visual representation of the dynamics of a surface with a movable edge on a stationary unstructured grid. Scientific visualization. 2017. Vol. 9, No. 2. pp. 64-81.
5. Kosnikov Yu.N. Mathematical modeling of free-form surfaces in spatial scene visualization systems. Information and telecommunication systems and technologies: materials of the All-Russian Scientific and Practical Conference, Kemerovo, October 12-13, 2017. Kemerovo: Kuzbass State Technical University named after T.F. Gorbachev, 2017. pp. 428-430.

6. Ryabinin K.V., Matkin K.A. Building and Visualization of Sleek 3D Surfaces without Misplaced Extremes. *Scientific Visualization*. 2019. Vol. 11, No. 1. pp. 91-106. DOI 10.26583/sv.11.1.08.
7. Klyachin A.A., Klyachin V.A., Grigorieva E.G. Visualization of Stability and Calculation of the Shape of the Equilibrium capillary surface. *Scientific Visualization*. 2016. Vol. 8, No. 2. pp. 37-52.
8. Grigorieva E.G., Klyachin A.A., Klyachin V.A. Algorithms for determining boundaries and solving Plato visualization problems in the Blender environment. *Scientific visualization*. 2017. Vol. 9, No. 4. pp. 13-25. DOI: 10.26583/sv.9.4.02.
9. Wang K., Zhou X. A new approach for generating lofted surfaces using NURBS. *Computer-Aided Design and Applications*. 2020.
10. Generalova A.A., Chepelov A.V. The basic principles of building lofting surfaces. *Systems of design, modeling, pre-production and project management CAD/CAM/CAE/PDM: collection of articles of the IX International Scientific and practical conference, Penza, April 30, 2015 / Edited by V.Z. Zverovshchikov, I.I. Voyachek, A.Yu. Muizemnek, D.V. Kochetkov*. Vol. 9. Penza: Autonomous non-profit scientific and methodological organization "Volga House of Knowledge", 2015. pp. 14-18.
11. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A. The kinematic operation of constructing geometric bodies in point calculus. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Construction and Architecture*. 2022. Vol. 22, No. 3. pp. 79-88. DOI: 10.14529/build220309.
12. Malyutina T.P., Davydenko I.P. Modeling of surfaces of hydraulic structures by the mobile simplex method. *The builder of Donbass*. 2020. No. 2(11). pp. 40-44.
13. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A. Geometric modeling of multifactor processes and phenomena by the multidimensional parabolic interpolation method. *Journal of Physics: Conference Series: XIII International Scientific and Technical Conference "Applied Mechanics and Systems Dynamics"*, Omsk, 05–07 ноября 2019 года. Vol. 1441. Omsk: Institute of Physics Publishing, 2020. pp. 012063. DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012063.
14. Konopatskiy E.V., Seleznev I. V., Chernysheva O.A., Lagunova M.V., Bezditnyi A.A. Geometric modeling of adaptive algebraic curves passing through predetermined points. *Bulletin of Computer and Information Technologies*. 2021. Vol. 18, No. 9(207). pp. 26-34. DOI: 10.14489/vkit.2021.09.pp.026-034.
15. Peng X., Atroshchenko E., Kerfriden P., Bordas S. P. A. Linear elastic fracture simulation directly from CAD: 2D NURBS-based implementation and role of tip enrichment. *International Journal of Fracture*. 2017. Vol. 204, No. 1. pp. 55-78. DOI: 10.1007/s10704-016-0153-3.
16. Vale M.P.De.C.A., Ghisleni C.V., Gasperin F.F.De., Leal R.L., Silva F.P.Da., Bruscatto U.M. Proposta de código automatizado para conversão de malhas poligonais de formas orgânicas para superfícies NURBS utilizáveis em softwares CAD. *Gestão & Tecnologia de Projetos*. 2022. Vol. 17, No. 2. pp. 5-17. DOI: 10.11606/gtp.v17i2.166353.
17. Chekalin A.A. Computer graphics algorithms based on integro-differential splines. *Problems of management, processing and transmission of information (UOPI-2018): Proceedings of the VI International Scientific Conference dedicated to the 85th anniversary of Yuri Gagarin, Saratov, December 15-17, 2018*. Saratov: Saratov State Technical University named after Gagarin Yu.A. 2019. pp. 440-446.
18. Ryazanov S.A., Karacharovskiy V.Yu. Modeling of spatial surface models in the dynamo visual programming environment. *KOGRAPH 2020: collection of materials of the 30th All-Russian Scientific and Practical Conference on Graphic Information Technologies and Systems, Nizhny Novgorod, April 13-16, 2020*. Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev. 2020. pp. 108-113. DOI: 10.46960/43791586_2020_108.
19. Yuyukin I.V. Application of the spline function method in computer visualization of underwater terrain. *Bulletin of the Admiral S.O. Makarov State University of Ma-*

rine and River Fleet. 2021. Vol. 13, No. 1. pp. 64-79. DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-1-64-79.

20. Maple computer algebra system. URL: <https://www.maplesoft.com/products/Maple> (date of access: 15.05.2024).

21. Konopatskiy E.V. Geometric modeling of contour arcs passing through predetermined points. Bulletin of Computer and Information Technologies. 2022. Vol. 19, No. 7(217). pp. 13-20. DOI: 10.14489/vkit.2022.06.pp.013-020.

22. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A. The Problem of Visualizing Solid Models as a Three-Parameter Point Set. Scientific Visualization, 2022. Vol. 14. No. 2. pp. 49-61. DOI: 10.26583/sv.14.2.05.